

Teorema de Transversalidade de Thom e Aplicações em Teoria de Singularidades

SIMONE MARIA DE MORAES *

Abstract

A *Teoria de Singularidades* estuda comportamentos local e comportamento global de aplicações diferenciáveis $f : M^n \rightarrow N^p$, entre variedades, em geral de classe C^∞ .

Os alicerces da teoria são os trabalhos fundamentais de *Hassler Whitney* (veja [9], [10]), nos quais discute o problema de classificar singularidades que não podem ser eliminadas por pequenas perturbações, e resolve o problema em duas situações em que $p = 2n - 1$ e $n = p = 2$.

Este minicurso é dedicado às propriedades ou fenômenos, que na Teoria de Singularidades, chamamos genéricos, que são aqueles que ocorrem com “maioria” dos objetos de interesse, que também são chamados de genéricos. De maneira formal, isto significa que com a topologia C^∞ de Whitney sobre o espaço $C^\infty(M, N)$, das aplicações de M em N os objetos que satisfazem tal propriedade formam um subespaço residual (aberto e denso) em $C^\infty(M, N)$.

A genericidade é um fenômeno geométrico que pode ser traduzido em termos de condições de transversalidade sobre espaços de jatos ou multijatos adequados; estas condições são manipuláveis através das técnicas clássicas da Topologia Diferencial.

Uma poderosa ferramenta neste estudo é o teorema da transversalidade, também conhecido como teorema da transversalidade de Thom, um resultado importante que descreve as propriedades de interseção transversal de uma família de aplicações diferenciáveis.

Utilizaremos **Teorema de Transversalidade de Thom para k -jatos** para estudar propriedades genéricas curvas e superfícies.

O estudo será dividido da seguinte maneira:

- Introduzimos às ferramentas básicas da teoria de singularidades, aplicações entre variedades, germes de aplicações e espaços de k -jatos.
- Apresentamos de equivalências de aplicações: equivalência de germes, jatos, equivalências por mudanças de coordenadas.
- Introduzimos as topologias forte e fraca C^k de Whitney no espaço das funções diferenciáveis e no espaço de jatos.
- Apresentamos e demonstramos do Teorema de Transversalidade de Thom para k -jatos.
- Apresentamos aplicações do teorema de transversalidade a problemas de curvas e de superfícies.

*e-mail: simone.moraes@ufba.br

References

- [1] J.W. BRUCE and P.J. GIBLIN, *Curves and Singularities*, second edition. Cambridge University Press, 1991.
- [2] C. G. GIBSON, *Singular points of smooth mappings*, Pitman, 1979.
- [3] M. GOLUBITSKY and V. GILLEMEN, *Stable mappings and their singularities*, Springer-Verlag, 1973.
- [4] S. I. R. COSTA, S. M. MORAES and M. C. ROMERO FUSTER, *Geometric contacts of surfaces immersed in \mathbb{R}^n , $n \geq 5$* . Differential Geometry and its Applications, 27, 442-454, 2009.
- [5] J. J. NUÑO-BALLESTEROS, *Algunos problemas relacionados con propiedades genéricas de tipo global de curvas en \mathbb{R}^3* , Tesis Universidad de Valencia, 1991.
- [6] J. J. NUÑO BALLESTEROS, *Singularidades de aplicaciones diferenciables*. Notas de curso. Universidad de Valencia.
- [7] M. C. ROMERO FUSTER, *Singularidades, contactos y Geometra Genérica*. Mini-curso, Universidade Federal de Viçosa, 2009.
- [8] F. TARI, *Singularidades de Aplicações diferenciáveis*, Notas didáticas do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, 1999.
- [9] H. WHITNEY, *The singularities of a smooth n -manifold in $2n-1$ -space*, Ann. of Math.(2) 45, 247-293, 1944.
- [10] H. WHITNEY, *On singularities of mappings of euclidean spaces. I. Mappings from the plane into the plane*, Ann. of Math.(2) 62, 374-410, 1955.