

Recentes desenvolvimentos em Lógicas de Łukasiewicz finitamente valoradas

MARCELO ESTEBAN CONIGLIO *

Abstract

Em 1918 o lógico polonês Jan Łukasiewicz apresentou pela primeira vez sua lógica 3-valorada visando lidar, no contexto da lógica formal, com sentenças que possam assumir um valor de verdade ‘indeterminado’ (representado por $1/2$) além dos valores clássicos ‘verdadeiro’ (representado por 1) e ‘falso’ (representado por 0). Em 1922 estendeu estas ideias a famílias de lógicas n -valoradas cujos valores de verdade $0, 1/(n-1), \dots, (n-2)/(n-1), 1$ representam graus crescentes de certeza ou credibilidade. Mais ainda, ele introduziu dois sistemas infinito-valorados: um cujos valores de verdade são os números racionais positivos, e o outro cujos valores de verdade são os números reais no intervalo $[0, 1]$. Os sistemas multi-valorados de Łukasiewicz foram amplamente estudados, e encontraram diversas aplicações, por exemplo como modelos fundamentais em sistemas de lógica fuzzy (difusa). Se bem que as estruturas algébricas associadas às lógicas de Łukasiewicz – as MV-álgebras – são extremamente ricas, uma crítica frequente que estas lógicas tem enfrentado é que apenas o valor 1 é considerado como valor designado na relação de consequência lógica. Isto é, uma fórmula segue logicamente de um conjunto de premissas se toda valoração que interpreta as premissas como verdadeiras (i.e., com valor 1) também interpreta a conclusão como verdadeira (i.e., com valor 1). Desta maneira, o poder expressivo oferecido pelos valores de verdade intermediários não estaria sendo utilizado com todo seu potencial. Uma abordagem alternativa que tem recebido crescente atenção por parte dos especialistas é o paradigma de preservação dos graus de verdade, no qual uma conclusão segue de um conjunto de premissas se, para toda valoração, o grau de verdade da conclusão não é menor que o grau de verdade das premissas. Esta abordagem é mais coerente com o compromisso implícito das lógicas multi-valoradas com a noção de “graus de verdade”, pelo fato de que todos os valores de verdade desempenham um papel igualmente importante na definição da relação de consequência lógica.

Nesta palestra serão discutidas algumas propostas que desenvolvemos recentemente visando solucionar este problema. Na primeira parte apresentaremos um estudo das lógicas intermediárias que podem ser definidas, para n fixo, entre L_n^{\leq} (a lógica que preserva graus de verdade obtida de L_n) e L_n . Na segunda parte estudaremos as lógicas L_n^i obtidas de L_{n+1} considerando filtros da forma $F_{i/n} = \{x : i/n \leq x \leq 1\}$ como valores designados. As propriedades de maximalidade relativa entre estas lógicas serão discutidas. Será mostrado que lógicas da forma L_p^i para p primo e $i/p \leq 1/2$ são idealmente paraconsistentes (no sentido de [1]). Finalmente, o reduto L_n^* da lógica L_n

*e-mail: coniglio@cle.unicamp.br

tal que a implicação de Łukasiewicz \rightarrow é substituída pelo operador $*x := x \otimes x$ será considerado. Uma interessante conjectura será discutida, que afirma que, para $n > 4$, a implicação \rightarrow pode ser definida em \mathbf{L}_n^* se $n = p - 1$, com p primo tal que $(p - 1)/2$ é o mínimo $m > 0$ tal que 2^m é congruente com $\pm 1 \pmod{p}$.

Os resultados originais apresentados nesta palestra foram obtidos em diversos trabalhos em colaboração com Francesc Esteva, Lluís Godo, Joan Gispert e Tommaso Flaminio.

References

- [1] O. Arieli, A. Avron, and Anna Zamansky. Ideal paraconsistent logics. *Studia Logica* 99(1-3):31–60, 2011.
- [2] R.L. Cignoli, I.M.L. D’Ottaviano, and D. Mundici. *Algebraic Foundations of Many-Valued Reasoning*. Springer, 2000.
- [3] M.E. Coniglio, F. Esteva, and L. Godo. On the set of intermediate logics between the truth and degree preserving Łukasiewicz logics. *Logic Journal of the IGPL* 24(3):288–320, 2016.
- [4] M.E. Coniglio, F. Esteva, J. Gispert, and L. Godo. Maximality in finite-valued Łukasiewicz logics defined by order filters. *Journal of Logic and Computation*, to appear (2018).
- [5] M.E. Coniglio, F. Esteva, T. Flaminio, and L. Godo. On an implication-free reduct of MV_n chains. In: *Proceedings of Logic, Algebra and Truth Degrees (LATD 2018)*, pp. 43–46. University of Bern, 2018.